

授業アドバイスシート

【中学校数学①】

◇ 事象について考察し、推測される事柄について、根拠を明確にして、数学的に説明する活動を大切にしましょう。

実態

- 数学Bの設問2(2)「はじめの数としてどんな整数を入れて計算しても、計算結果はいつでも4の倍数になる説明を完成する」という問いに対して、正答率は39.4%で無解答率が23.3%でした。

対策

- ① 生徒が数学を活用して問題解決を図ろうとする態度を養いましょう。
- ② 問題解決の過程を振り返ったり、数学的に表現したりすることのよさを実感させましょう。

帰納的に調べることで成り立つと推測できる事柄を、演算的に推論し、成り立つ理由を文字や式、数学的表現を用いて表すことへの理解が不十分であると考えられます。

帰納的に考えることで成り立つと予想される事柄を見つけだすことも大切にしながら、演算的に考えることで予想した事柄が成り立つことを確認できることといった数学的に考えることへのよさを実感させましょう。加えて、これらの活動と振り返りを繰り返す中で、数学を活用しようとする態度を養いましょう。

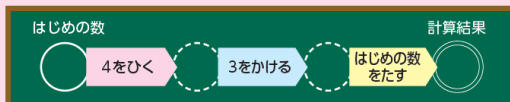
<ポイント>

・問題解決の過程を振り返って、事象を帰納的に捉えたり、演算的に捉えたりする中で、「根拠を明確にして成り立つ事柄を数学的に説明できる力」を養う。

◇ 事象について考察し、推測される事柄を根拠を明確にして、数学的に説明する活動を大切にしましょう。

取組例③ 3つの計算の計算結果について成り立つことは何だろう (2年)

はじめの数として○に整数を入れて計算すると、計算結果はいくつになりますか。



1. 3つの計算の計算結果が4の倍数になる理由を説明する。



教師

はじめの数にする整数を自分で決めて、計算結果を求め、その数がどんな数になるか調べてみましょう。



求めた計算結果はどれも偶数だね。

8, 12, 24, 28は2の倍数だけど4の倍数ともいえるよね。



はじめの数として整数を入れて計算すると、その計算結果は4の倍数になるのかな。

新たな性質を見つけることができように、帰納的な推論を意図的に位置づけていきましょう。具体的な数を代入し、計算から得られた数から成り立つ事柄を推測しやすいように、代入する数も規則性をもたせることも大切です。



計算結果はいつでも4の倍数になるといいのでしょうか。



他の整数を入れて確かめてみようよ。

でも、すべての整数で確かめることは難しいのではないかな。



それなら、いろいろな整数のかわりに文字を使って考えてみよう。



それでは、はじめの数を n として、計算結果がいつでも4の倍数になるかどうかについて考えます。文字を使って説明してみましょう。

はじめの数を n とすると、
 $(n-4) \times 3 + n$ と表せるよ。

計算すると $4n - 12$ 。
 $4 \times (n-3)$ と変形できるね。



それを計算して、 $4 \times (\text{整数})$ の形にすれば
 4 の倍数になることがいえそうだね。

$n-3$ が整数だから、
 4 の倍数になるといえるね。

はじめの数として入れる整数を n とすると、計算結果は、
 $(n-4) \times 3 + n = 3n - 12 + n$
 $= 4n - 12$
 $= 4(n-3)$
 $n-3$ は整数だから、 $4(n-3)$ は 4 の倍数である。
したがって、はじめの数としてどんな整数を
入れても、計算結果はいつでも 4 の倍数になる。

帰納的に見つけ出した成り
立つ事柄の根拠を明確にでき
るように、帰納的な考え方と演
算的な考え方を比較できるよ
うにしましょう。

$n-3$ が整数であるから、
 $4 \times (n-3)$ がいつでも 4 の
倍数となることを、丁寧に指導
しましょう。



はじめの数として、いくつかの整数を入
れて計算し、その計算結果から 4 の倍数
になることを予想しました。
さらに、計算結果がいつでも 4 の倍数に
なることを、文字を用いた式で捉え説明
することができましたね。

ポイント

2. 3つの計算の順番を自分で入れ替え、その順番で計算したときの計算結果について調べる。

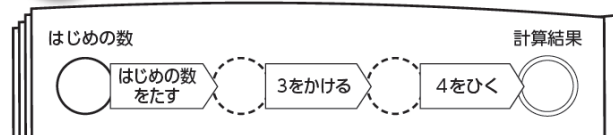


では次に、3つの計算の順番を自分たちで入れ替えてみて、
その計算結果が何の倍数になるかを調べてみましょう。

ポイント



私たちの班では、「はじめの数をたす」、
「3をかける」、「4をひく」の順番にして、
計算結果が何の倍数になるかを調べてみよう。



はじめの数としていろいろな
整数を入れて計算してみよう。

はじめの数として 2 を入れると計算結果は
 8 になるよ。だから 4 の倍数になるのかな。

3 を入れると 14 、 4 を入れると 20
になるから、 2 の倍数になりそうだよ。

計算結果についていえることは
「 2 の倍数になる」でいいよね。



はじめの数としてどんな整数を入れても、計算結果はいつでも 2 の倍数
になることについてどのようにして説明したらよいでしょうか。

条件を変えて考察する場面を意図的に位置づけ、帰納的に考えること、演算的に考えることの双方の考え方をつなげて、推測される事柄を根拠を明らかにして説明できるようにしましょう。



いつでも4の倍数になることを考えたときには、文字を使うことで説明できました。計算の順番を入れ替えた場合も同じように、文字を使って説明すればよいと思います。



はじめの数を n とすると、
 $(n + n) \times 3 - 4 = 6n - 4$ と表せるよ。



$6n - 4$ を $2 \times (\text{整数})$ の形で表すと、
 $2(3n - 2)$ になって、 $3n - 2$ が整数だから、2の倍数になるといえます。



自分たちで計算の順番を入れ替えた場合でも、いくつかの整数を入れて予想したことを、文字を使って確かめることができましたね。

ポイント

はじめの数として入れる整数を n とすると、計算結果は、
 $(n + n) \times 3 - 4 = 6n - 4$
 $= 2(3n - 2)$
 $3n - 2$ は整数だから、
 $2(3n - 2)$ は2の倍数である。
したがって、はじめの数として
どんな整数を入れても、計算結果は
いつでも2の倍数になる。

すでに解決した問題解決の場面を振り返って、帰納的に調べることから成り立つ事柄を推測したり、演算的に考えることでその根拠を明らかにするという一連の解決過程を確認することで、数学的に考えたり、表現したりすることのよさを実感できるようにしましょう。

< 参照 > 平成30年度授業アイデア例（国立教育政策研究所教育課程研究センター）

授業アドバイスシート

【中学校数学②】

◇ 表や式、グラフを関連付けながら、問題解決の方法を理解する機会を大切にしましょう。

実態

○ 数学Bの設問3(3)「A駅から道のりが6 kmの地点において、列車Aが通ってから列車Bが通るまでの時間をグラフから求める方法を説明する」という問いに対して、正答率は13.6%で無答率が13.2%でした。

対策

- ① 表や式、グラフを関連付けて問題解決できる課題設定に心がけましょう。
- ② 友達の見方、考え方に触れる機会をもち、解決方法を身に付ける機会をもたせましょう。

具体的な事象と表、式、グラフを関連付けて捉えることや、グラフや式が具体的な事象のどの部分を表しているのかを読み取ることに課題があると考えられます。

問題解決の方法として、何をどのように用いればよいかといった解決方法を身に付けられるように、グラフを式や表と関連付けて解決する課題設定をしたり、事象に即して捉え直す活動を取り入れたりし、問題解決の方法を理解させましょう。

<ポイント>

- ・ グラフを具体的な事象と結び付けて捉えることができるように、表からグラフをかく活動をする中で、「数学的な見方や考え方に触れ、問題解決方法を身に付ける」

◇ 表や式、グラフを関連付けながら、問題解決の方法を理解する機会を大切にしましょう。

取組例③ グラフを読み取り、計画した通りの写真を撮ろう（2年）

太一さんは、自分の地域を走る列車の写真を撮影し、紹介しようと考えています。A駅からB駅間の列車を13時に撮影する予定です。そこで、列車の運行のようすを調べると、次のようになりました。
計画通りの写真を撮影するために、A駅からの時刻と道のりを決めましょう。

1 表からグラフ（ダイヤグラフ）をかき、グラフから列車の位置と時間を把握する。



擦れ違う列車の写真を撮影する機会は、何回あるでしょうか。



時刻表だけじゃ、A駅から6kmの距離を列車が通過する時刻が分かりづいなあ。

調べたこと

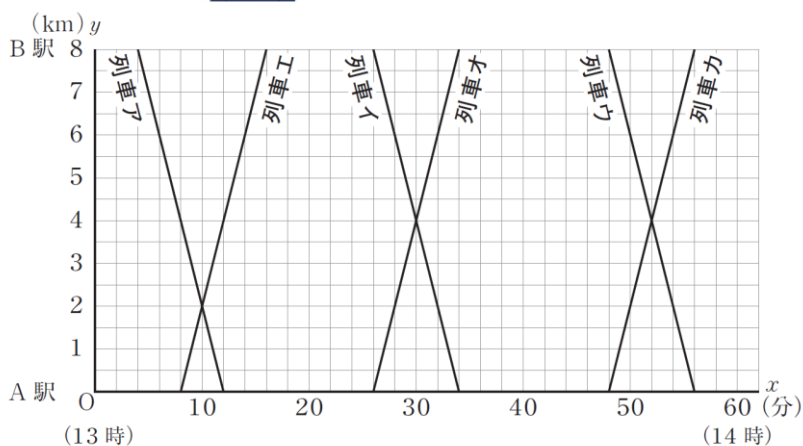
- A駅からB駅までの道のりは8kmである。
- 13時の列車の発着時刻は、次のようになっている。

	B 駅発	A 駅着		A 駅発	B 駅着
列車ア	13:04	13:12	列車エ	13:08	13:16
列車イ	13:26	13:34	列車オ	13:26	13:34
列車ウ	13:48	13:56	列車カ	13:48	13:56

時刻表のままではわからないので、ダイヤグラムをまねてグラフをかいてみれば、分かりやすいかな。



グラフの交点が列車が擦れ違うときだ。グラフの交点は3回あるから、3回すれ違う列車を撮影する機会があるってことだ。



表をもとに、グラフをかくことで、具体的な事象と表、グラフの関係を捉えられるようにしましょう。生徒の実態に合わせて、グラフをかく際には、一部のグラフを示しておくなどし、具体的な事象と表、グラフの関係を十分に理解できるようにする必要があります。

2 グラフ（ダイヤグラフ）から、撮影時間の間隔を調べる。



太一さんは、A駅まで6kmの距離にある鉄橋を通過する列車の写真も撮影する計画を立てたいようです。鉄橋の近くに何時頃いけばよいでしょうか。



グラフをみると、13~14時の間に列車が鉄橋を通るのは6回あることがわかるよ。

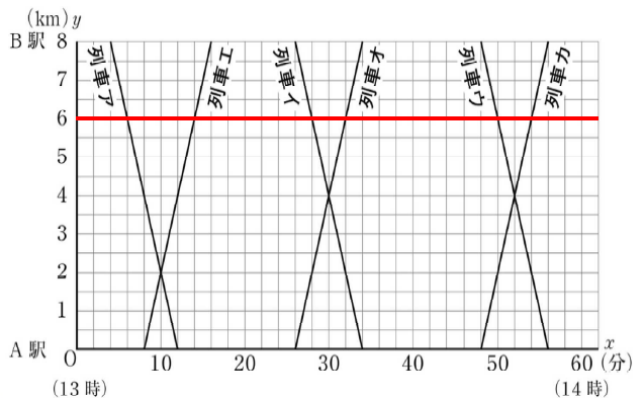
6回？ グラフのどこを見てわかったの？



6のときって、y軸にもx軸にもあるよ？



6のときというのは、グラフのどこを見ているのでしょうか。誰か説明してくれるかな。



グラフを具体的な事象と結び付けて考えられるように、数学的な用語も活用しながら、説明できるようにしましょう。また、同じ地点で列車が通過してから、次の列車が通過するまでの時間なども扱う際には、友達の見方や考え方に触れたり、事象を捉え直す活動をしたりし、丁寧に扱きましょう。

<参照> 平成30年度授業アイデア例（国立教育政策研究所教育課程研究センター）

授業アドバイスシート

【中学校数学③】

◇ 目的に応じて収集したデータを整理し、資料の傾向を捉えて、数学を利用することの意義や数学のよさを実感できる機会をもちましょう。

実態

- 数学Bの設問1(3)「全校よりも1年生の回答用紙によるくじ引きの方が曲Fが選ばれやすいことの原因を確率を用いて説明する」という設問に対して、正答率は40.1%で無解答率が23.2%でした。

対策

- ① 身近な生活の事象を取り上げたり、学習したことを生活に生かす機会をもったりしましょう。
- ② 必要に応じて資料を収集・整理し、判断の理由を説明する力を養いましょう。

与えられた資料から題意にあった資料を収集することや、事象を目的に応じて的確に処理し判断することが課題として考えられます。

資料の傾向を捉え、説明したい事柄とその根拠を明らかにして説明できるように、基準量と比較量の関係を捉えられるようにしましょう。こうした経験を積む中で、必要な情報を収集や整理し、特徴を捉えて説明する力を養いましょう。

<ポイント>

・目的や状況に応じて、資料を収集・分析できるような場面を取り上げて実生活と結びつけて思考する過程を経験することを大切にしよう。

◇目的に応じて収集したデータを整理し、
資料の傾向を捉えて、数学を利用することの意義や
数学のよさを実感できる機会をもとう。

取組例③ 全校生徒のリクエストに応えよう（2年）

放送委員会では、全校生徒を対象に、あらかじめ準備した8曲の中から昼の放送で流してほしい音楽を1曲選ぶアンケートを実施し、右のような結果になりました。放送委員の拓真さんと菜月さんは集計結果を見て、下のように話し合っています。

拓真さん「回答した生徒数を見ると、全校では、A、B、C、Dは同じくらいの人数だね。」
菜月さん「それなら、A、B、C、Dの4曲が4日間で流れるような放送計画を考えよう。」

集計結果

順位	曲	回答した生徒数（人）			
		1年生	2年生	3年生	全校
1位	A	16	19	20	55
2位	B	12	23	18	53
3位	C	15	17	20	52
4位	D	9	18	23	50
5位	E	16	8	5	29
6位	F	20	4	3	27
7位	G	8	7	6	21
8位	H	6	5	2	13
合計		102	101	97	300

<1時間目>「放送計画を基に、考えた曲を流す曲順について、確率を基に調べよう。」

1. 放送計画を基に、4日間で4曲を流す曲順について調べる。



例えば、曲順が1日目にA、2日目にB、3日目にC、4日目にDとなる確率を求めてみましょう。

教師



確率は $\frac{1}{4}$ です。

どうして $\frac{1}{4}$ なの。



生徒の実態により、起こり得る順番に注目できるように、順番を求める課題に取り組むことも考えられます。



4曲の中から選ぶと考えているのかな。



曲の数ではなくて、4曲を流す順番について考えないといけないね。



では、4日間で4曲を流す曲順は全部で何通りありますか。

放送計画

その日に流す曲を、集計結果の上位4曲の中からくじ引きで決める。くじ引きは1日1回ずつ行い、4日間で4曲を流す。

くじ引きの方法

- ① A、B、C、Dが1つずつ書かれた4枚のくじを用意する。
- ② 1日目は、その4枚のくじの中から1枚を引く。ただし、引いたくじは戻さないものとする。
- ③ 2日目以降は、残ったくじの中から1枚を引く。ただし、引いたくじは戻さないものとする。

A

B

C

D

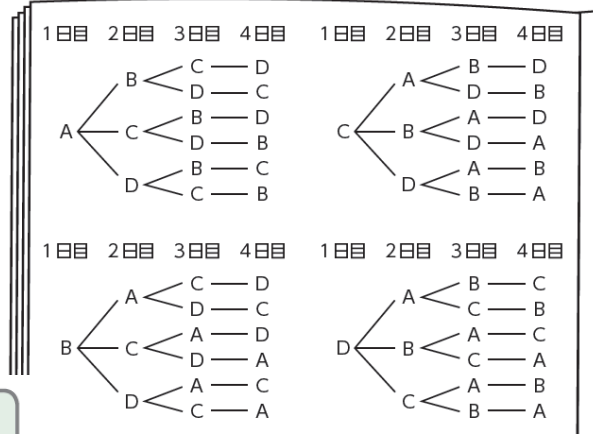
起こり得る場合がどの場合も同程度に期待されることを確認する必要があります。また、起こり得る場合を落ちやもれ、重なりがないように順序よく数えることができるようにすることが活動の土台となるので、丁寧に指導しましょう。



樹形図にすると、全部で 24 通りの曲順があることがわかります。



このうち、A, B, C, D の曲順になっているのは 1 通りなので、1 日目に A, 2 日目に B, 3 日目に C, 4 日目に D の順に選ばれる確率は $\frac{1}{24}$ になります。



樹形図を作ること做起り得る場合の数を明らかにして、確率を求めることが大切です。今日の学習を振り返って、放送計画のよい点はどこですか。また、改善してみたい点はどこですか。



この放送計画だとどの曲順も同じ確率になるので、公平に決めることができます。



でも、この放送計画だと 1 年生に人気のある E や F は選ばれません。

得られた結果、分析を振り返り、よりよい方法はないか検討したり、今後の計画を立てたりするなどの場面を設け、資料の傾向を多面的に捉えられるようにしましょう。

〈2 時間目〉「改善したい点を取り上げ、新たな放送計画を立てよう。」

2. 事象の起こりやすさについて確率を用いて説明し、新たな放送計画を立てる。



前回の放送計画では、1 年生に人気のある E や F が選ばれていないという意見がありました。そこで、5 位以下の E, F, G, H の中から別の日にもう 1 曲流すことを考え、表にまとめ直しました。どのようにして E, F, G, H の中から 1 曲を選べばよいでしょうか。



前と同じように E, F, G, H が 1 つずつ書かれた 4 枚のくじを用意するのはどうかな。

E と H の回答数が 2 倍以上も違うのに 4 枚のくじを使った選び方でいいのかな。



そうだね。みんなの意見を大切にしたいから、回答数が多い曲が選ばれやすいようにしたいね。



回答した生徒数の違いが反映されるくじ引きの方法にするにはどうすればよいですか。

まとめ直した表

曲	回答した生徒数 (人)			全校
	1 年生	2 年生	3 年生	
E	(16)	8	5	(29)
F	20	4	3	27
G	8	7	6	21
H	(6)	5	2	(13)
合計	50	24	16	90

E・F・G・H の 4 枚から選ぶ場合と、全校の解答用紙 90 枚から選ぶ場合の確率を比較するなど、資料の傾向を捉えられるようにしましょう。

みんなの意見を大切にするには、回答用紙をくじにするといいいのではないかな。

全校の回答用紙 90 枚をくじにして、その中から 1 枚を引く方法があるね。

そのくじ引きの方法で流す曲を選ぶとき、1 年生に人気のある F が選ばれたら 1 年生はきっと喜ぶよね。

それなら、1 年生の回答用紙 50 枚だけをくじにする方法もあるね。1 年生の回答用紙だけをくじにしたときと全校の回答用紙をくじにしたときでは、どちらが F が選ばれやすいのかな。

全校の回答用紙 90 枚をくじにするのと、1 年生の回答用紙 50 枚だけをくじにするのでは、どちらの方が F が選ばれやすいといえますか。

確率を求めます。全校の回答用紙をくじにすると、F が選ばれる確率は $\frac{27}{90}$ だから $\frac{3}{10}$ になります。

1 年生の回答用紙をくじにすると、F が選ばれる確率は $\frac{20}{50}$ だから $\frac{2}{5}$ になります。

F が選ばれる確率 $\frac{3}{10}$ と $\frac{2}{5}$ を比べると、 $\frac{2}{5}$ の方が大きいです。

だから、全校の回答用紙よりも 1 年生の回答用紙だけをくじにする方が、F が選ばれやすいといえます。

E, F, G, H の中で F の選ばれやすさについて確率を用いて確認することができましたね。このことを基に、もう 1 曲を流す新たな放送計画を立ててみましょう。

ポイント

目的や状況に応じて、必要なデータを収集・整理し、資料の傾向をつかみ、問題解決する過程を振り返り、改善の手だてや対策を見出す場面を設けましょう。その改善計画を実施し、評価・分析する過程を経験することで、数学を利用することの意義を実感させましょう。

< 参照 > 平成 30 年度授業アイデア例 (国立教育政策研究所教育課程研究センター)